

חדו"א 2 - בוחן שני לדוגמא

הבוחן יימשך 90 דקות. יש לפתור שלוש שאלות.

1. (35 נקודות) חשבו את הגבולות הבאים והראו את מסקנתכם ישירות מהגדרת $\epsilon - \delta$ של הגבול :

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})} \frac{\sin(x-y)}{x^2 - y^2} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{\cos(y^2 + z^2)} \quad (\text{ב})$$

2. (30 נקודות) לקבוצה לא ריקה וחסומה $A \subset \mathbb{R}^3$ נגדיר את הקוטר שלה כך:

$$d(A) = \sup\{\|x - y\| : x, y \in A\}$$

$$d(A) \leq 2 \sup_{x \in A} \|x\| \quad (\text{א}) \text{ הראו כי}$$

- (ב) הראו כי אם בנוסף A קבוצה סגורה הרי קיימות נקודות $a, b \in A$ כך ש

$$d(A) = \|a - b\|$$

3. (35 נקודות)

$$f(x, y, z) = \sqrt{1 - 2x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{א}) \text{ תהי שרטטו את משטחי הרמה}$$

$$f(x, y, z) = c$$

עבור הערכים של $c = 0, 1, 2$

- (ב) נגדיר

$$f(x, y) = a \frac{\sin(ax - y)}{\sin(x - ay)}$$

לאילו ערכים של הפרמטר a הגבול $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ קיים