

**אוניברסיטת בן-גוריון בנגב – המחלקה למתמטיקה**  
**חדו"א להנדסת מכונות 1 (201-1-9711) – סמסטר א' תשע"ה**  
**תרגיל 1**

1. כתבו את הביטויים הבאים כצירוף של  $\sin x, \cos x$ .

$$\cos(x + \pi) \quad (\text{א}) \quad \sin(2\pi - x) \quad (\text{ב}) \quad \cos(x + \frac{\pi}{2}) \quad (\text{ג}) \quad \frac{\sin(2x + \pi)}{2 \sin(x + \frac{\pi}{2})} \quad (\text{ד})$$

2. הוכיחו באינדוקציה את הטענות הבאות:

(א) יהי  $x \in (-1, +\infty)$ .  $(1 + nx) \leq (1 + x)^n$  לכל  $n > 1$ , ושיוויון מתקיים רק עבור  $x = 0$ .

(ב)  $2^n \geq n^3$  לכל  $n \geq 10$ .

(ג)  $n! < \frac{(n+1)^n}{2}$  לכל  $n > 1$ .

(ד)  $n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$  לכל  $n > 1$ . רמז:  $\left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n+1} = \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} > 2$

3. (א) ★ הוכיחו כי  $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ .

(ב) ★ הוכיחו כי  $\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ . רמז:  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = -1$ . אבל עבור 2 מספרים  $a, b \in \mathbb{R}$  המקיימים  $ab = -1$  בהכרח מתקיים: שניהם רציונאליים או שניהם אי רציונאליים. אבל אם שניהם רציונאליים אז  $a + b = 2\sqrt{2}$  גם מספר רציונלי.

4. פתרו את אי השיוויונים הבאים:

(א)  $|x^2 - 1| \leq 1$  (ה)  $|x| > |x + 1|$  (ג)  $|x + 2| < 0.3$

(ב)  $|5 - \frac{1}{x}| \leq 1$  (ו)  $|x + 2| + |x - 2| \leq 10$  (ד)  $|x - 5| > 10$

5. קבעו מהו תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

(א)  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$  (ה)  $f(x) = \log_2(1 + x)$

(ב)  $f(x) = (-x)^{\frac{3}{2}}$  (ו)  $f(x) = \sqrt{\sin(\sqrt{x})}$

(ג)  $f(x) = \sin(\frac{1}{x})$  (ז)  $f(x) = \sqrt[4]{\log_2(\tan x)}$

(ד)  $f(x) = \frac{1}{\sin(x+\pi)} + \sqrt{x+1}$

6. לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות, קבעו אם הפונקציה הינה זוגית/ אי זוגית/ לא זוגית/ לא אי זוגית:

(א)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$  (ו)  $\tan(x)$  (ג)  $f(x) = x^4 - 5x + 1$

(ד)  $\sin(2x)$

(ב)  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$  (ז)  $\tan(x + 1)$  (ה)  $\sin(2x + \frac{\pi}{2})$

7. (א) נניח כי  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה זוגית ו-  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציות אי-זוגיות. מה תוכלו לאמר על הפונקציות הבאות:  $f(x)^2, f(x)g(x), f(g(x))$ .

(ב) הוכיחו כי לכל פונקציה  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  הפונקציה  $\frac{f(x)+f(-x)}{2}$  היא פונקציה זוגית.

8. חשבו את התמונה של הפונקציות הבאות:

(א)  $f(x) = \sqrt{2 + x - x^2}$  (ב)  $g(x) = \frac{2x}{1 + x^2}$

9. הגדירו את המושגים הבאים:

- |                         |                      |
|-------------------------|----------------------|
| (א) תמונה של פונקציה    | (ה) הפונקציה ההופכית |
| (ב) תחום ההגדרה הטבעי   | (ו) פונקציה זוגית    |
| (ג) פונקציה חד-חד-ערכית | (ז) פונקציה אי-זוגית |
| (ד) פונקציה על          |                      |

10. הסבירו את ההבדל בין המושג "טווח של פונקציה" ו"תמונה של פונקציה". תנו דוגמא.

11. תנו דוגמא לפונקציה  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  שהיא חד-חד-ערכית אבל לא מונוטונית.